جامعة يحي فارس بالمدية
السنة الثانية قسم العلوم التجارية
المدة: ساعة ونصف

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
السنة الدراسية: 2023_2024
الأحد: 14 جانفي 2024

امتحان السداسي الثالث في مادة الإحصاء 03

الاسم واللقب: ......التصحيح النموذجي......	**الفوج:**...................	**العلامة:** 20/20
ملاحظة: يأخذ في الحساب ستة أرقام بعد الفاصلة		

الجزء الأول:

1. أجب على الأسئلة الآتية بـ "صح" أو "خطأ" مع التعليل في كلتا الحالتين:

- يتبع متحول عشوائيx التوزيع الثنائي، احتمال النجاح فيه p=0.65، من أجل عينة حجمها n=7؛ فإن احتمال وجود على الأكثر 4 نجاحات هو: 0.2279 خطأ

$P(X\leq 4) = 1 - P(X=5) - P(X=6) - P(X=7) = 1 - C_7^5 p^5 q^2 - C_7^6 p^6 q^1 - C_7^7 p^7 q^0$

$= 1 - 21(0,65)^5(0,35)^2 - 7(0,65)^6(0,35) - (0,65)^7(0,35)^0 = 0,572187$ (1,5)

- متغير عشوائي مستمر يتبع التوزيع المنتظم بين 100 و150؛ فاحتمال أن تكون القيمة المحسوبة عشوائيا واقعة بين 115 و135 هو: 0.9997 خطأ

$P(115\leq X\leq 135) = P(X\leq 135) - P(X\leq 115) = \frac{135-100}{150-100} - \frac{115-100}{150-100} = 0.4$ (1)

- في بلد ما 18 % من البالغين يضعون عدسات طبية. اختير عدد من البالغين عشوائيا وتم مقابلتهم واحدا واحدا، إن احتمال أن يكون أول شخص يضع عدسة طبية من أول 15 شخص تمت مقابلتهم هو: 0.01118

$P(X=15) = p\,q^{x-1} = 0,18(0,82)^{15-1} = 0,01118$ (1)

• قامت شركة "OHIO POWER" بتركيب نظام جديد للإجابة على الهاتف يستطيع التعامل مع ما متوسطه قدره مكالمتين كل 10 دقائق؛ فإن احتمال أن ترد خلال نصف ساعة على أكثر من 4 مكالمات هو: 0.0892 خ

$\lambda=2 \rightarrow 10m$
$? \rightarrow 30m \} \Rightarrow \lambda_1=6$

$P(x\leq 4)=P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)+P(x=3)+P(x=4)=\frac{e^{-6}6^0}{0!}+\frac{e^{-6}6^1}{1!}+\frac{e^{-6}6^2}{2!}+\frac{e^{-6}6^3}{3!}+\frac{e^{-6}6^4}{4!}$
$=0,28506$ (1,5)

• تمتلك شركة 11 مصنعا 7 منها محلية و4 خارج الولايات المتحدة، وتقوم الشركة بتقييم الأداء كل عام لأربعة مصانع تختار عشوائيا؛ فاحتمال أن يتضمن تقييم الأداء مصنعين أو أكثر خارج الولايات المتحدة هو: 0.6182 ص

$N=11$; $Na=4$; $N-Na=7$; $n=4$

$P(x\geq 2)=1-P(x=1)=1-\frac{C_4^2 C_7^2}{C_{11}^4}=0,6182$ (1)

2. أوجد القيم الآتية:

$\int_0^1 \frac{x^2}{(1-x)^{-1}}dx = B(3;2)=\frac{2!\,1!}{4!}=\frac{2}{24}=0,083$ (0,75)

$B\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)=\frac{\Gamma(\frac{3}{2})\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(2)}=\frac{0,5\sqrt{\pi}\,\sqrt{\pi}}{1!}=1,57$ (0,5) $\frac{\Gamma(\frac{11}{2})}{\Gamma(\frac{5}{2})}=\frac{\frac{9}{2}(\frac{7}{2})\frac{5}{2}(\frac{3}{2})\frac{1}{2}\sqrt{\pi}}{\frac{3}{2}(\frac{1}{2})\sqrt{\pi}}=39,375$ (0,75)

$F_{(0,05\,;\,10\,;\,20)}=\frac{1}{F(0,95;10;20)}=\frac{1}{2,35}=0,4255$ (1) $t_{(0,10;7)}=1,8946$ (0,5) $\chi^2_{(0,025;8)}=2,18$ (0,1)

الجزء الثاني:

التمرين الأول: يقوم أحد تجار التجزئة الذين يستخدمون الانترنت لبيع بضائعهم بتخزين ألعاب شعبية الكترونية في مستودع مركزي يستخدمه لتوزيع هذه الألعاب في شرق الولايات المتحدة. في كل أسبوع يتخذ التاجر قرارا حول عدد الوحدات الواجب تخزينها من تلك الألعاب، لنفرض أن الطلب الأسبوعي على هذه الألعاب يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره 2500 وحدة وانحراف معيار 300 وحدة.

1. إذا أراد تاجر التجزئة أن يحد من النقص في مخزون اللعبة الالكترونية بحيث لا تتجاوز 50% في الأسبوع، فما هو عدد الوحدات التي ينبغي أن يخزنها في المستودع المركزي؟

2. إذا توفر لدى التاجر 2750 لعبة في بداية الأسبوع، فما احتمال أن يكون الطلب الأسبوعي أكبر من المخزون؟

3. إذا ازداد الانحراف المعياري للطلب الأسبوعي على اللعبة من 300 وحدة إلى 500 وحدة، فما مقدار الزيادة في عدد الوحدات التي ينبغي تخزينها بحيث يزيد احتمال أن يتجاوز الطلب الأسبوعي 80 %؟

التمرين الثاني: إذا كان وقت تعطل وحدة التغذية الكهربائية المستخدمة في أحد الحواسيب الشخصية من إحدى العلامات التجارية يتبع التوزيع الأسي بمتوسط قدره 4000 ساعة لكل عقد مبرم بين المشتري ومنتج الكمبيوتر.

1. ما احتمال تعطل وحدة التغذية بعد 2100 ساعة أو أقل؟

2. بفرض أن منتج الكمبيوتر قد باع 100000 كمبيوتر مزود بوحدة التغذية هذه، فبالتقريب ما عدد الوحدات التي ينبغي إرجاعها بناءا على تعطلها بنسبة 99.99% أو أقل؟

التمرين الثالث: ليكن لدينا المتغير العشوائي X الذي يمثل العمر الإنتاجي لمنتوج ما والذي يتبع التوزيع الآتي:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{\frac{-x}{3}}\, x}{9} & ; x > 0 \\ 0 & ; x \leq 0 \end{cases}$$

1. أثبت أن هذه الدالة هي دالة كثافة احتمالية؛
2. أوجد دالة التوزيع التراكمي لهذا التوزيع؛
3. ما احتمال أن يدوم عمر هذا المنتوج على الأكثر 4 سنوات؛
4. ما احتمال أن يكون عمر هذا المنتوج ما بين 2 و5 سنوات؛
5. أحسب الأمل الرياضي، التباين والانحراف المعياري.

حل التمرين الأول: $X \rightsquigarrow N(2500; 300^2)$

1) $x = ?$; $P(Z \leq Z) = 0{,}5 \Rightarrow Z = 0{,}00 = \frac{x - 2500}{300} \Rightarrow x = 2500U$ (1.5)

2) $P(X > 2750) = P\left(Z > \frac{2750 - 2500}{300}\right) = P(Z > 0.83) = 1 - P(Z \leq 0{,}83) = 1 - 0{,}7967$
$= 0{,}2033U$ (1,5)

3) $x = ?$; $P(Z > Z) = 0{,}8 \Rightarrow Z = 0{,}84 = \frac{x - 2500}{300} \Rightarrow x = 2752U$ (1)

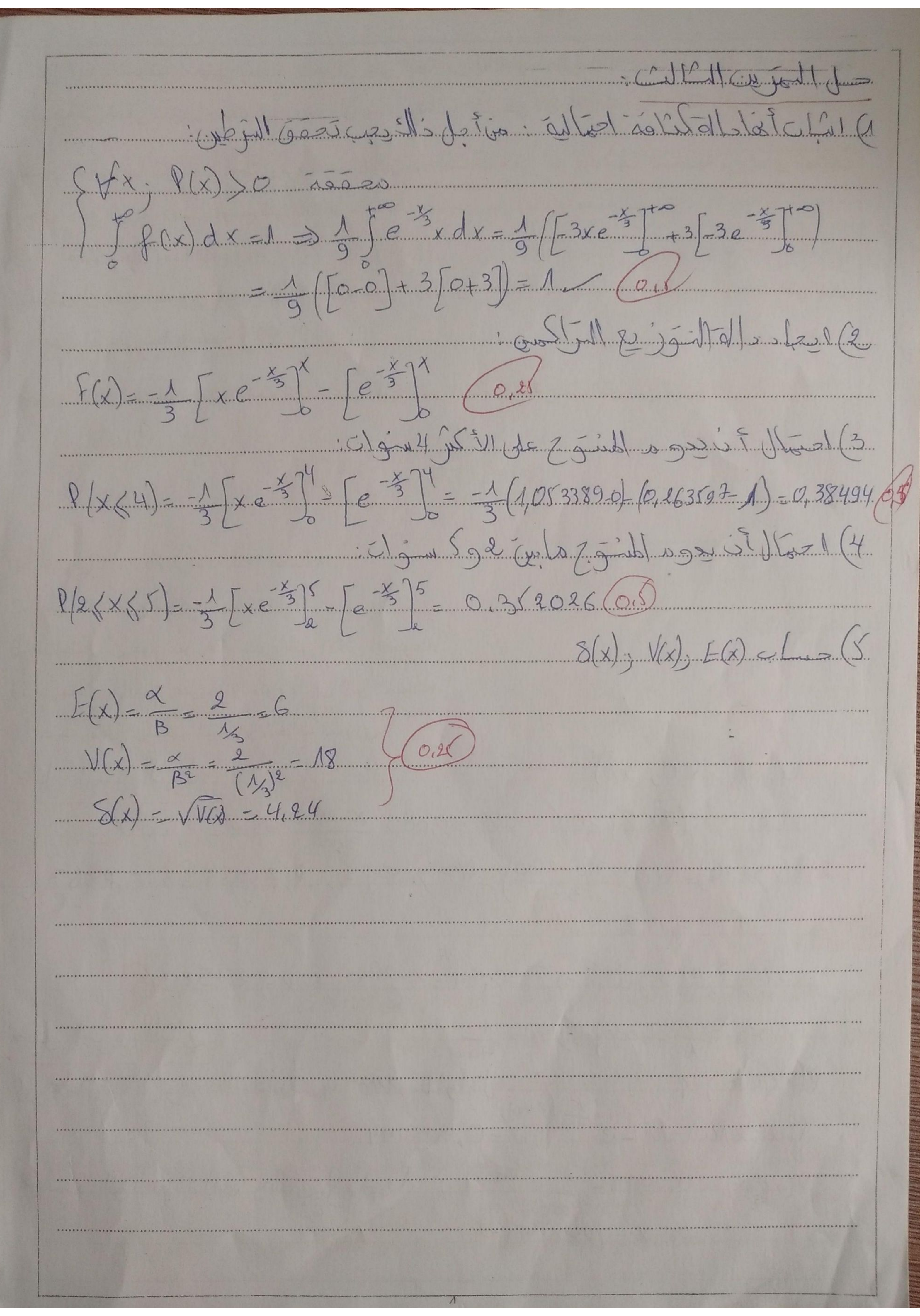
حل التمرين الثاني: $X \rightsquigarrow E\left(\frac{1}{\lambda} = 4000\right)$; $\lambda = \frac{1}{4000}$

1) احتمال تعطل وحدة التغذية بعد 2100 سا أو أقل: $P(X < 2100) = ?$

$P(X < 2100) = 1 - e^{-\frac{1}{4000}(2100)} = 0{,}408444$ (2)

2) عدد الوحدات التي ينبغي إرجاعها: $P(X < x) = 0{,}9999 = \frac{1}{4000} e^{-\frac{x}{4000}}$

$\Rightarrow X = 1600U$ (2)



حل التمرين الثالث:

1) إثبات أن دالة الكثافة احتمالية: من أجل ذلك يجب تحقق الشرطين:

$\forall x,\ f(x) \geq 0$ محققة

$\int_0^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \Rightarrow \frac{1}{9}\int_0^{+\infty} e^{-\frac{x}{3}} x\,dx = \frac{1}{9}\left(\left[-3xe^{-\frac{x}{3}}\right]_0^{+\infty} + 3\left[-3e^{-\frac{x}{3}}\right]_0^{+\infty}\right)$

$= \frac{1}{9}\left(\left[0-0\right] + 3\left[0+3\right]\right) = 1$ ✓ (0.5)

2) إيجاد دالة التوزيع التراكمي:

$F(x) = -\frac{1}{3}\left[xe^{-\frac{x}{3}}\right]_0^x - \left[e^{-\frac{x}{3}}\right]_0^x$ (0.25)

3) احتمال أن يدوم المنتوج على الأكثر 4 سنوات:

$P(X \leq 4) = -\frac{1}{3}\left[xe^{-\frac{x}{3}}\right]_0^4 - \left[e^{-\frac{x}{3}}\right]_0^4 = -\frac{1}{3}(1,053389 - 0) - (0,263597 - 1) = 0,38494$ (0.5)

4) احتمال أن يدوم المنتوج ما بين 2 و 5 سنوات:

$P(2 \leq X \leq 5) = -\frac{1}{3}\left[xe^{-\frac{x}{3}}\right]_2^5 - \left[e^{-\frac{x}{3}}\right]_2^5 = 0.352026$ (0.5)

5) حساب $E(x)$, $V(x)$, $S(x)$

$E(x) = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{1/3} = 6$

$V(x) = \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{2}{(1/3)^2} = 18$

$S(x) = \sqrt{V(x)} = 4.24$

(0.25)

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

السنة الدراسية: 2023_2024

الأحد: 14 جانفي 2024

جامعة يحي فارس بالمدية

السنة الثانية قسم العلوم التجارية

المدة: ساعة ونصف

امتحان السداسي الثالث في مادة الإحصاء 03

الاسم واللقب: ...التصحيح النموذجي...	الفوج:............	العلامة: 20/20
ملاحظة: يأخذ في الحساب ستة أرقام بعد الفاصلة		

الجزء الأول:

1. أجب على الأسئلة الآتية بـ "صح" أو "خطأ" مع التعليل في كلتا الحالتين:

- بفرض أن التوزيع الثنائي يطبق على عينة حجمها n=15 فإن احتمال وجود مابين 4 إلى 8 نجاحات إذا كان احتمال النجاح 0.75 هو: 0.50627 خطأ

$P(4 \leq x \leq 8) = P(x=4) + P(x=5) + P(x=6) + P(x=7) + P(x=8) = C_{15}^{4} p^4 q^{11} + C_{15}^{5} p^5 q^{10} + C_{15}^{6} p^6 q^9 + C_{15}^{7} p^7 q^8 + C_{15}^{8} p^8 q^7 = 0,000103 + 0,00068 + 0,003398 + 0,013107 + 0,039321 = 0,056613$ (1.5)

- الوقت الذي يستغرقه إنتاج طابعة ليزرية يتبع التوزيع المنتظم بين 8 ساعات إلى 15 ساعة؛ فاحتمال أن يستغرق إنتاج الطابعة أقل من 9 ساعات هو: 1.1428 خطأ

$P(x < 9) = \frac{9-8}{15-8} = 0,142857$ (1)

- في بلد ما 12 % من البالغين يضعون عدسات طبية. اختير عدد من البالغين عشوائيا وتم مقابلتهم واحدا واحدا، إن احتمال أن لا يكون أول شخص يضع عدسة طبية من أول تسعة أشخاص تمت مقابلتهم هو: 0.04316 خطأ

$P(x=10) = p\,q^{x-1} = 0,12 (0.88)^9 = 0,037977$ (1)

• عندما يسير العمل بشكل صحيح يستطيع المصرف المتحد الإلكتروني عن طريق الانترنت التعامل مع 25 عملية إلكترونية كل دقيقة خلال أكثر أوقات العمل ازدحاما في اليوم؛ فإذا وصل عدد طلبات العمليات الالكترونية بمعدل 170 عملية كل عشر دقائق فاحتمال أن يغرق النظام بالطلبات هو: 1 خطأ

$\lambda = 170 \rightarrow 10m$

$? \rightarrow 1m$ } $\lambda_1 = 17$

(1.5)

$P(X>25) = 1 - P(X \leq 25) = 1 - P(X=25) - P(X=24) - \dots - P(X=0) = 1 - \frac{e^{-17} 17^{25}}{25!} - \frac{e^{-17} 17^{24}}{24!} - \dots - \frac{e^{-17} 17^{0}}{0!}$

$= 0.095563$

• لدى شركة "Beacon Hill Trees & Shrubs" مخزون يضم 10 أشجار فاكهة، 8 أشجار صنوبر، 14 شجرة قيقب، تعتزم الشركة تقديم أربعة أشجار يوم معرض الحدائق في المدينة بشكل عشوائي؛ فاحتمال أن يختار 3 أشجار صنوبر هو: 0.5 خطأ

$N = 10 + 8 + 14 = 32$, $N_a = 8$, $N - N_a = 24$

$P(X=3) = \frac{C_8^3 C_{24}^1}{C_{32}^4} = \frac{65(24)}{35960} = 0.043382$

3. أوجد القيم الآتية:

$\int_0^1 \sqrt{3}\, x^4 (1-x)^3 dx = \sqrt{3}\, B(5;4) = \sqrt{3}\, \frac{4!\,3!}{8!} = \sqrt{3}\,(0.003571) = 0.006186$ (0.75)

$B\left(\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right) = \frac{\Gamma(\frac{1}{2})\Gamma(-\frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{2}-\frac{1}{2})} = -2\sqrt{\pi}\sqrt{\pi} = -6.283185$ (0.75)

$\frac{\Gamma(\frac{10}{4})}{\Gamma(\frac{1}{2})} = \frac{1.5(0.5)\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}} = 0.75$ (0.5)

$F_{(0,95\,;\,7\,;\,12)} = 2.91$ (0.75)

$t_{0,80;5} = 0.2672$ (0.75)

$\chi^2_{(0,25;21)} = 29.62$ (0.5)

الجزء الثاني:

التمرين الأول: تقوم شركة "سي آن دسي" للصناعات بصنع محرك للغسل يستخدم في الصناعات الغذائية، يوضع ع المحرك علامة تشير إلى أن الكفالة تشمل استبداله مجانا إذا ما حدثت أعطال خلال أول 13000 ساعة من التشغي وبالمتوسط فإن محرك مصنع "سي آن دسي" يعمل 15000 ساعة وبانحراف معياري قدره 1250 ساعة قبل حدوث عطل. كما أن عدد ساعات التشغيل قبل حدوث أي عطل يتبع التوزيع الطبيعي.

1. ما احتمال أن يتم استبدال محرك الغسل مجانا؟

2. ما نسبة المحركات التي من المحتمل أن تتجاوز 17500 ساعة تشغيل؟

3. إذا أراد مصنع "سي آن دسي" تصميم محرك الغسل بحيث لا يتم استبدال أكثر من 53% منها مجانا، فما عدد ساعات التشغيل قبل حدوث أي عطل ؟

التمرين الثاني: إذا كان الوقت المستغرق لتحضير الكابتشينو الجاف باستخدام حليب كامل الدسم في محل "ديلي كراند كافيه هاوس" يتبع التوزيع الأسي بمتوسط 35 ثانية، وبفرض أن أحد الزبائن طلب فقط كابتشينو جاف بالحليب كامل الدسم.

1. ما احتمال أن يستغرق وقت التحضير أكثر من 29 ثانية؟
2. ما احتمال أن يستغرق وقت التحضير ما بين 28 ثانية و33 ثانية؟
3. ما نسبة الكابتشينو الجاف بالحليب كامل الدسم الذي يستغرق وقت تحضيره 31 ثانية؟
4. ما قيمة الانحراف المعياري للأوقات التي يستغرقها تحضير الكابتشينو الجاف بالحليب كامل الدسم في محل "ديلي كراند كافيه هاوس".

التمرين الثالث: ليكن لدينا المتغير العشوائي X الذي يمثل الفترة الزمنية الفاصلة بين تعاقد الفرد مع شركة التأمين وتاريخ وقوع الخطر والذي يتبع التوزيع الآتي:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{\frac{-x}{4}}\,x}{16} & ;x>0 \\ 0 & ;x\leq 0 \end{cases}$$

1. أثبت أن هذه الدالة هي دالة كثافة احتمالية؛
2. أوجد دالة التوزيع التراكمي لهذا التوزيع؛
3. ما احتمال أن يقع للمؤمن له خطر مؤمن عليه على الأكثر 5 سنوات؛
4. ما احتمال أن يكون يقع للمؤمن له خطر مؤمن عليه ما بين 3 و7 سنوات؛
5. أحسب الأمل الرياضي، التباين والانحراف المعياري.

حل التمرين الأول:

$X \rightsquigarrow N(15000 ; 1250^2)$

1) احتمال أن يتم استبدال محرك الغسل مجانا:

$P(X<13000)=?$

$P\left(Z<\frac{13000-15000}{1250}\right)=P(Z<-1.6)=P(Z>1.6)=1-P(Z<1.6)=1-0.9452=0.0548$ (1)

2) نسبة المحركات التي تتجاوز 17500:

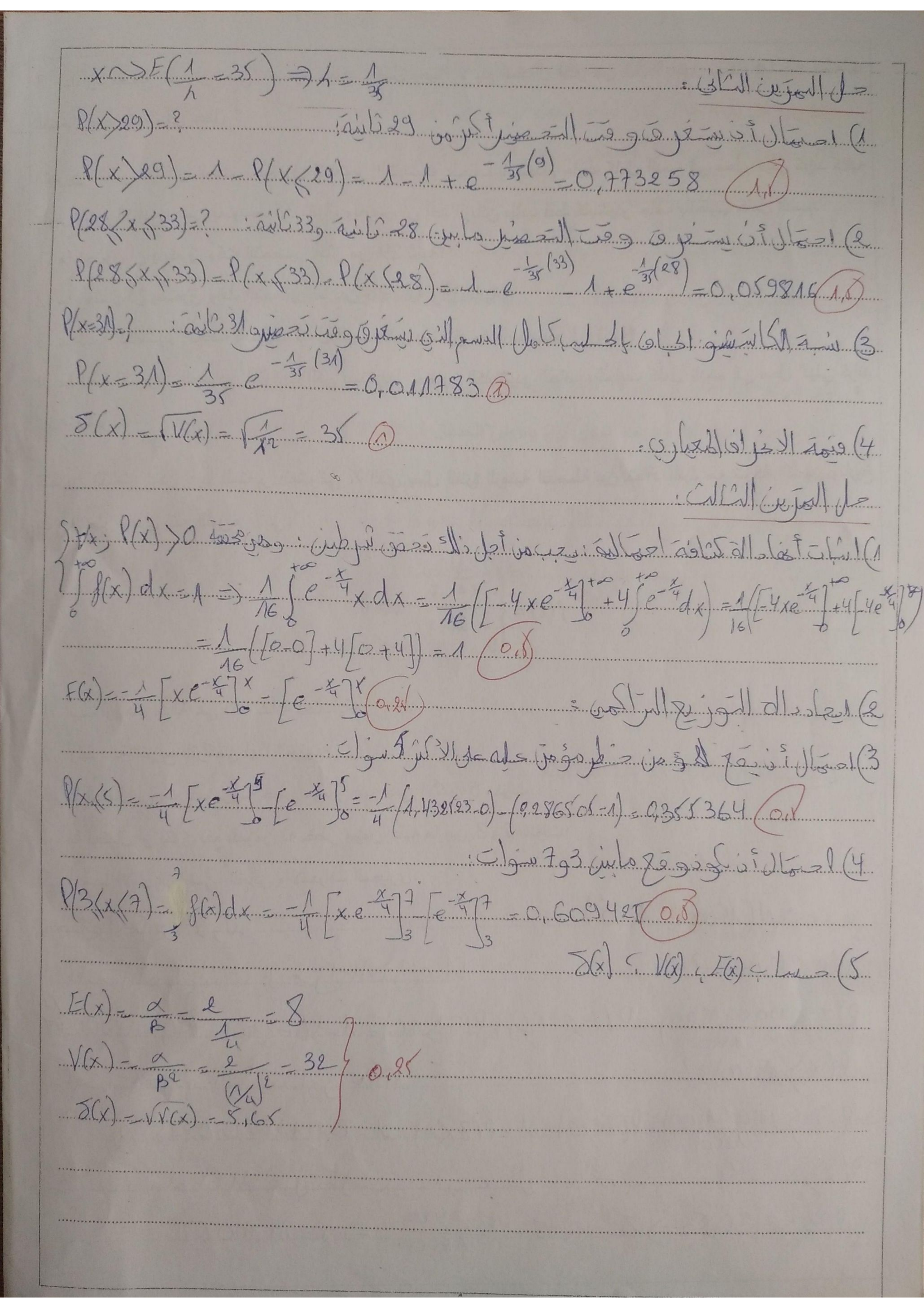
$P(X>17500)=?$

$P\left(Z>\frac{17500-15000}{1250}\right)=P(Z>2)=1-P(Z<2)=1-0.9772=0.0228$ (1)

3) عدد ساعات التشغيل قبل حدوث أي عطل:

$P(X>x)=0.53 \; ; \; x=?$

$P(Z>z)=0.53 \Rightarrow z=0.08=\frac{x-15000}{1250} \Rightarrow x=15100$ (1)



حل التمرين الثاني:

$X \sim E\left(\frac{1}{\lambda}=35\right) \Rightarrow \lambda = \frac{1}{35}$

1) احتمال أن يستغرق وقت التحضير أكثر من 29 ثانية: $P(X>29)=?$

$P(X>29) = 1 - P(X\leq 29) = 1 - 1 + e^{-\frac{1}{35}(9)} = 0,773258$ (1,5)

2) احتمال أن يستغرق وقت التحضير ما بين 28 ثانية و33 ثانية: $P(28\leq X\leq 33)=?$

$P(28\leq X\leq 33) = P(X\leq 33) - P(X\leq 28) = 1 - e^{-\frac{1}{35}(33)} - 1 + e^{-\frac{1}{35}(28)} = 0,059816$ (1,5)

3) نسبة الكابتشينو الجاهز بالحليب كامل الدسم الذي يستغرق وقت تحضيره 31 ثانية: $P(X=31)=?$

$P(X=31) = \frac{1}{35} e^{-\frac{1}{35}(31)} = 0,011783$ (1)

4) قيمة الانحراف المعياري:

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2}} = 35$ (1)

حل التمرين الثالث:

1) إثبات أنها دالة كثافة احتمالية: يجب من أجل ذلك تحقق شرطين: وهي محققة $\forall x, f(x)\geq 0$

$\int_0^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \Rightarrow \frac{1}{16}\int_0^{+\infty} e^{-\frac{x}{4}} x\,dx = \frac{1}{16}\left(\left[-4xe^{-\frac{x}{4}}\right]_0^{+\infty} + 4\int_0^{+\infty} e^{-\frac{x}{4}}dx\right) = \frac{1}{16}\left(\left[-4xe^{-\frac{x}{4}}\right]_0^{+\infty} + 4\left[-4e^{-\frac{x}{4}}\right]_0^{+\infty}\right)$

$= \frac{1}{16}\left([0-0] + 4[0+4]\right) = 1$ (0,5)

2) إيجاد دالة التوزيع التراكمي:

$F(x) = -\frac{1}{4}\left[xe^{-\frac{x}{4}}\right]_0^x - \left[e^{-\frac{x}{4}}\right]_0^x$ (0,25)

3) احتمال أن يقع الجزء من خطر مؤمن عليه على الأكثر 5 سنوات:

$P(X\leq 5) = -\frac{1}{4}\left[xe^{-\frac{x}{4}}\right]_0^5 - \left[e^{-\frac{x}{4}}\right]_0^5 = -\frac{1}{4}(1,432523-0) - (0,286505-1) = 0,355364$ (0,5)

4) احتمال أن يكون وقع ما بين 3 و7 سنوات:

$P(3\leq X\leq 7) = \int_3^7 f(x)\,dx = -\frac{1}{4}\left[xe^{-\frac{x}{4}}\right]_3^7 - \left[e^{-\frac{x}{4}}\right]_3^7 = 0,609427$ (0,5)

5) حساب $E(X)$ ، $V(X)$ ، $\sigma(X)$

$E(X) = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{\frac{1}{4}} = 8$

$V(X) = \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{2}{(1/4)^2} = 32$ (0,25)

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 5,65$

جامعة يحي فارس بالمدية

السنة الثانية قسم العلوم التجارية

المدة: ساعة ونصف

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

السنة الدراسية: 2023_2024

الأحد: 14 جانفي 2024

امتحان السداسي الثالث في مادة الإحصاء 03

الاسم واللقب: ....التصحيح النموذجي....	الفوج:...................	العلامة: 20/20
ملاحظة: يأخذ في الحساب ستة أرقام بعد الفاصلة		

الجزء الأول: 10/10

1. أجب على الأسئلة الآتية بـ "صح" أو "خطأ" مع التعليل في كلتا الحالتين:

- (1.5) يتبع متحول عشوائي للتوزيع الثنائي، احتمال النجاح فيه p=0.45، من أجل عينة حجمها n=11؛ فإن احتمال 8 نجاحات على الأقل هو: 0.0609 صح

$P(X \geq 8) = P(X=8) + P(X=9) + P(X=10) + P(X=11) = C_{11}^{8} p^{8} q^{3} + C_{11}^{9} p^{9} q^{2} + C_{11}^{10} p^{10} q^{1} + C_{11}^{11} p^{11} q^{0}$

$= 0,0609$

- (1) بفرض أن X متغيرا عشوائيا له توزيع منتظم حيث a=5 ; b=9؛ فاحتمال P(5.5< x <8) هو: 0.09375 خطأ

$P(5,5 < x < 8) = P(x<8) - P(x<5,5) = \frac{8-5}{9-5} - \frac{5,5-5}{9-5} = 0,625$

- (1) احتمال حدوث أول نجاح لأقرب 3 أرقام معنوية في المحاولة الثالثة إذا كان احتمال النجاح في كل محاولة 0.66 هو: 0.07629 صحيح

$P(x=3) = p\,q^{x-1} = 0,66(0,34)^{3-1} = 0,076296$

• يعتقد بأن العدد المتوسط للأخطاء في كل صفحة ينجزها قسم الكتابة على برنامج وورد في شركة كبيرة يساوي 1.5؛ إذا تم فحص 3 صفحات فاحتمال ظهور 3 أخطاء هو: 0.1255 خطأ

(0.5)

$\lambda = 1.5$ صفحة
؟ ← 3 صفحات } $\lambda n = 4.5$

$P(x=3) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} = \frac{e^{-4.5}\,4.5^{3}}{3!} = 0,168718$

• تتضمن حقيبة استثمارية 20 سهما 10 منها تعتبر أسهم شركات ضخمة، و5 أسهم شركات متوسطة، والخمسة الأخرى أسهم شركات صغرى، طلب الزبون من مديرة الحقيبة إعداد تقرير يركز على سبعة أسهم مختارة عشوائيا؛ فاحتمال أن تكون جميع الأسهم السبعة من أسهم الشركات الضخمة هو: 0.5 خطأ

(1)

$P(x=7) = \frac{C_{10}^{7}\,C_{10}^{0}}{C_{20}^{7}} = 0,02167$

2. أوجد القيم الآتية: 4

$7\sqrt{3}\int_0^1 (1-x)^{\frac{1}{2}}dx = 7\sqrt{3}\,\frac{\Gamma(1)\,\Gamma(\frac{3}{2})}{\Gamma(\frac{5}{2})} = \frac{0,5\sqrt{\pi}}{1,5(0,5)\sqrt{\pi}} = 8.0820$ (0,75)

$B\left(5;\frac{7}{2}\right) = \frac{\Gamma(5)\,\Gamma(\frac{7}{2})}{\Gamma(\frac{17}{2})} = 0.00568$ (0,75)

$\frac{\Gamma(\frac{-1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{2})} = \frac{-2\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}} = -$ (0,5)

$F_{(0,025\ ;\ 7\ ;\ 12)} = \frac{1}{F(0,975;7;12)} = \frac{1}{3,61} = 0,277$ (1)

$t_{0.20;5} = 1,4759$ (0,5)

$\chi^2_{(0,025;12)} = 23,34$ (0,5)

الجزء الثاني

التمرين الأول: تعمل شركة خاصة على تقييم اثنين من الاستثمارات البديلة، على الرغم من أن العوائد عشوائية فإن كل عائد من الاستثمارات يمكن أن يوصف بأنه يتبع التوزيع الطبيعي؛ بلغ متوسط عائد الاستثمار الأول 2000000 دولار، وبانحراف معياري 125000 دولار؛ أما متوسط عائد الاستثمار الثاني فكان 2275000 دولار وبانحراف معياري 500000 دولار.

1. ما احتمال أن يكون عائد الاستثمار الأول 1900000 دولار أو أقل؟
2. ما احتمال أن يكون عائد الاستثمار الثاني 1900000 دولار أو أقل ؟
3. أوجد قيمتي عائدي الاستثمارين الأول والثاني التي تحقق نسبة 0.8 على الأكثر.

التمرين الثاني: في أحد محلات بيع المعلبات والذي يعمل على مدار اليوم (24 ساعة في اليوم طوال أيام الأسبوع)؛ وفي محاولة منه لتسريع طلبات التوصيل وافق المتجر على قبول الطلبات بالفاكس؛ فإذا كان من المعلوم أن الفترة الزمنية لاستلام الطلبيات بالفاكس تتبع التوزيع الأسي بمتوسط زمني 20 طلبا كل ساعتين خلال اليوم فأوجد ما يلي:

1. احتمال أن يصل طلب بالفاكس في غضون الدقائق التسع القادمة.
2. احتمال أن يكون الوقت بين طلبين بالفاكس يستغرق ما بين 3 و6 دقائق.
3. احتمال أن يستغرق الوقت 12 دقيقة بين طلبين بالفاكس.

التمرين الثالث: ليكن لدينا المتغير العشوائي X الذي يمثل الوقت الذي يستغرقه تلاشي الدواء من الجسم والذي يتبع التوزيع الآتي:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{\frac{-x}{5}}\, x}{25} & ; x>0 \\ 0 & ; x\leq 0 \end{cases}$$

1. اثبت أن هذه الدالة هي دالة كثافة احتمالية؛
2. أوجد دالة التوزيع التراكمي لهذا التوزيع؛
3. ما احتمال أن يستغرق تلاشي الدواء من الجسم على الأقل 4 أشهر.
4. ما احتمال أن يستغرق تلاشي الدواء من الجسم ما بين 3 و6 أشهر؛
5. أحسب الأمل الرياضي، التباين والانحراف المعياري.

4/4 حل التمرين الأول: $x_2 \rightsquigarrow N(2275\,000 ; 500\,000^2)$; $x_1 \rightsquigarrow N(2\,000\,000 ; 125\,000^2)$

1) $P(x_1 < 1900\,000) = P(Z_1 < -0.8) = P(Z > 0.8) = 1 - P(Z < 0.8)$

$= 1 - 0,7881 = 0,2119$ (1)

2) $P(x_2 < 1900\,000) = P(Z_2 < -0,75) = P(Z > 0,75) = 1 - P(Z < 0.75)$

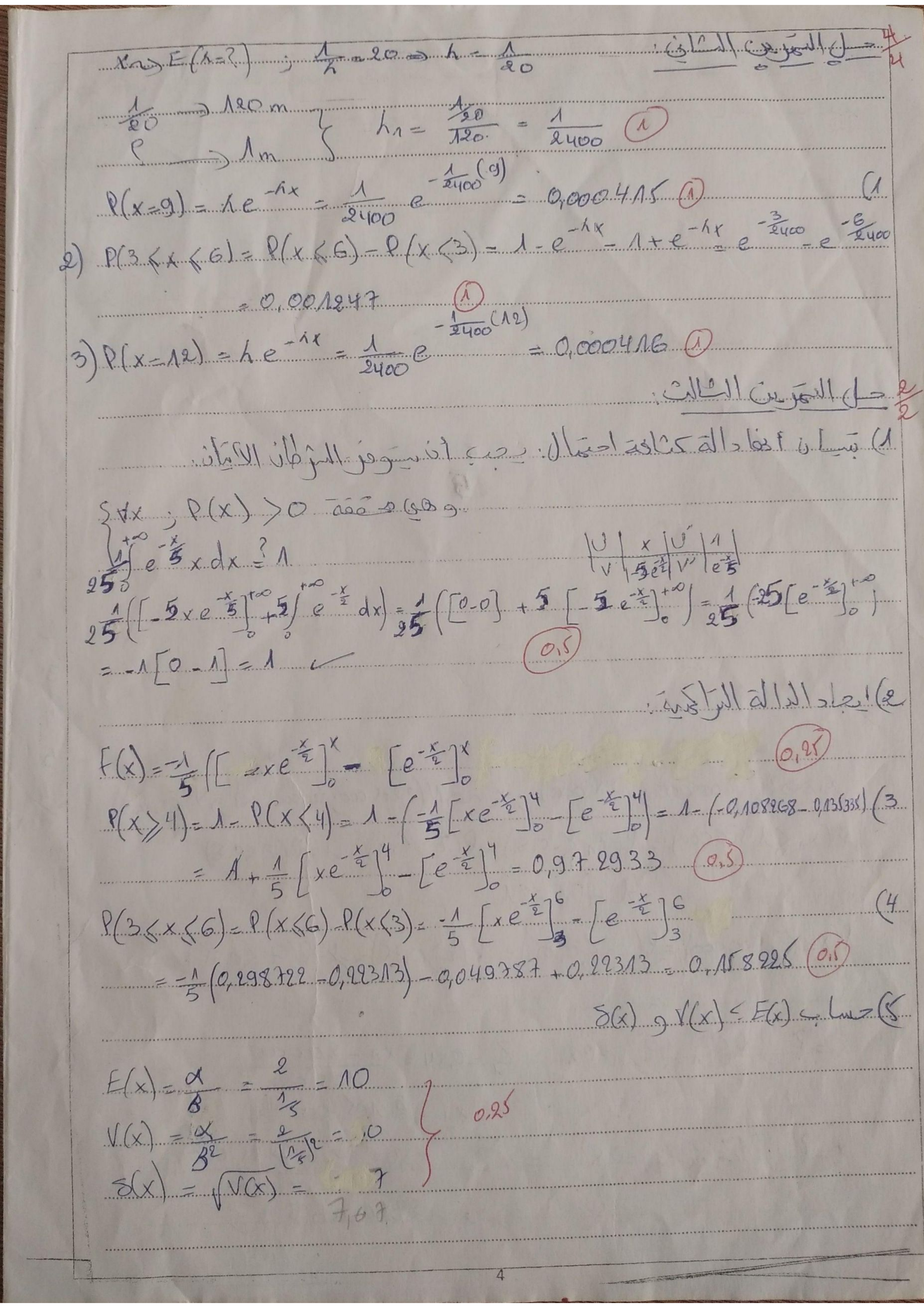
$= 1 - 0,7734 = 0,2266$ (1)

3) $x_1 = ?$; $P(Z_1 < Z_1) = 0.8 \Rightarrow Z_1 = 0,84 = \dfrac{x_1 - 2\,000\,000}{125\,000}$

$\Rightarrow x_1 = 2\,105\,000\,\$$ (1)

$x_2 = ?$; $P(Z_2 < Z_2) = 0,8 \Rightarrow Z_2 = 0.84 = \dfrac{x_2 - 2275\,000}{500\,000}$

$\Rightarrow x_2 = 2380\,000\,\$$ (1)



حل التمرين الثاني: 4/4

$X \sim E(\lambda = ?)$; $\frac{1}{\lambda} = 20 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{20}$

$\frac{1}{20} \rightarrow 120m$
$\rho \rightarrow 1m$ } $\lambda_1 = \frac{1/20}{120} = \frac{1}{2400}$ (1)

1) $P(x=9) = \lambda e^{-\lambda x} = \frac{1}{2400} e^{-\frac{1}{2400}(9)} = 0,000415$ (1)

2) $P(3 \leq x \leq 6) = P(x \leq 6) - P(x < 3) = 1 - e^{-\lambda x} - 1 + e^{-\lambda x} = e^{-\frac{3}{2400}} - e^{-\frac{6}{2400}}$

$= 0,001247$ (1)

3) $P(x=12) = \lambda e^{-\lambda x} = \frac{1}{2400} e^{-\frac{1}{2400}(12)} = 0,000416$ (1)

حل التمرين الثالث: 2/2

1) تبيان أن f هي دالة كثافة احتمال: يجب أن يتوفر الشرطان الآتيان:

$\forall x$; $P(x) > 0$ وهي محققة

$\frac{1}{25}\int_0^{+\infty} e^{-\frac{x}{5}} x \, dx \overset{?}{=} 1$

U	x	U'	1
V	$-5e^{-\frac{x}{5}}$	V'	$e^{-\frac{x}{5}}$

$\frac{1}{25}\left(\left[-5xe^{-\frac{x}{5}}\right]_0^{+\infty} + 5\int_0^{+\infty} e^{-\frac{x}{2}} dx\right) = \frac{1}{25}\left([0-0] + 5\left[-5e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^{+\infty}\right) = \frac{1}{25}\left(25\left[e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^{+\infty}\right)$ (0,5)

$= -1[0-1] = 1$ ✓

2) إيجاد الدالة التراكمية:

$F(x) = \frac{-1}{5}\left(\left[xe^{-\frac{x}{2}}\right]_0^x - \left[e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^x\right.$ (0,25)

3) $P(x \geq 4) = 1 - P(x < 4) = 1 - \left(\frac{-1}{5}\left[xe^{-\frac{x}{2}}\right]_0^4 - \left[e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^4\right) = 1 - (-0,108268 - 0,135335)$

$= 1 + \frac{1}{5}\left[xe^{-\frac{x}{2}}\right]_0^4 - \left[e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^4 = 0,972933$ (0,5)

4) $P(3 \leq x \leq 6) = P(x \leq 6) - P(x < 3) = \frac{-1}{5}\left[xe^{-\frac{x}{2}}\right]_3^6 - \left[e^{-\frac{x}{2}}\right]_3^6$

$= \frac{-1}{5}(0,298722 - 0,22313) - 0,049787 + 0,22313 = 0,158225$ (0,5)

5) حساب $E(x)$ و $V(x)$ و $\delta(x)$

$E(x) = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{1/5} = 10$

$V(x) = \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{2}{(1/5)^2} = 50$

$\delta(x) = \sqrt{V(x)} = 7$

7,07

0,25